

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2015**  
Α΄ ΦΑΣΗ

**Ε 3.ΑΜΛ1Α(α)**

**ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ**

**Ημερομηνία: Δευτέρα 5 Ιανουαρίου 2015**  
**Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες**

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

- A1.** Σχολικό βιβλίο σελ. 33.  
**A2.** Σχολικό βιβλίο σελ. 71.  
**A3.** i. Λάθος  
ii. Λάθος  
iii. Σωστό  
iv. Λάθος  
v. Σωστό

**ΘΕΜΑ Β**

- B1.** Είναι  $A = |4x - 8| + 1 = |4(x - 2)| + 1 = 4|x - 2| + 1$   
i. Αφού  $x \in [2, +\infty) \Leftrightarrow x \geq 2 \Leftrightarrow x - 2 \geq 0$ , δηλαδή  $|x - 2| = x - 2$ .  
Οπότε  $A = 4(x - 2) + 1 = 4x - 8 + 1 = 4x - 7$ .  
ii. Αφού  $x \in (-\infty, 2) \Leftrightarrow x < 2 \Leftrightarrow x - 2 < 0$ , δηλαδή  $|x - 2| = -(x - 2)$ .  
Οπότε  $A = -4(x - 2) + 1 = -4x + 8 + 1 = -4x + 9$ .
- B2.** Για  $x \in [2, +\infty)$  είναι  $A = 4x - 7$ , οπότε ξεκινώντας από το πρώτο μέλος της ισότητας έχουμε:

$$\frac{16x^2 - 49}{|4x - 8| + 1} = \frac{(4x)^2 - 7^2}{4x - 7} = \frac{(4x - 7)(4x + 7)}{4x - 7} = 4x + 7$$

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2015**  
Α' ΦΑΣΗ

**Ε 3.ΑΜΛ1Α(α)**

**ΘΕΜΑ Γ**

Γ1. i.

Για το  $\alpha$  έχουμε:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{6}(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})} + \frac{\sqrt{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})} \\ &= \frac{(\sqrt{6})^2 - \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{6} + (\sqrt{2})^2}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{6+2}{6-2} = \frac{8}{4} = 2 \end{aligned}$$

Για το  $\beta$  έχουμε:

$$\begin{aligned} \beta &= \sqrt{25-3\sqrt{7+\sqrt{32}}} = \sqrt{25-3\sqrt{7+2}} \\ &= \sqrt{25-3\sqrt{9}} = \sqrt{25-3 \cdot 3} = \sqrt{25-9} \\ &= \sqrt{16} = 4 \end{aligned}$$

Γ2. i.

Είναι  $|\alpha - \beta| = |2 - 4| = |-2| = 2$  και  $\frac{|\alpha + \beta|}{2} = \frac{|2 + 4|}{2} = \frac{6}{2} = 3$ , οπότε η ανισότητα:

$$|\alpha - \beta| < x < \frac{|\alpha + \beta|}{2},$$

γίνεται  $2 < x < 3$ .

Τότε έχουμε  $2 < x < 3 \Leftrightarrow 3 \cdot 2 < 3x < 3 \cdot 3 \Leftrightarrow 6 < 3x < 9$ .

Οπότε

$$\left. \begin{array}{l} 6 < 3x < 9 \\ 1 < y - x < 4 \end{array} \right\} \Rightarrow 6 + 1 < 3x + y - x < 9 + 4 \Leftrightarrow 7 < 2x + y < 13$$

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2015**  
Α' ΦΑΣΗ

**Ε 3.ΑΜΛ1Α(α)**

ii.

Αφού  $\omega > 0$  έχουμε:

$$\omega + \frac{\alpha^2}{\omega} \geq \beta \Leftrightarrow \omega + \frac{2^2}{\omega} \geq 4 \Leftrightarrow \omega + \frac{4}{\omega} \geq 4 \Leftrightarrow \omega^2 + \omega \cdot \frac{4}{\omega} \geq 4\omega \Leftrightarrow \omega^2 - 4\omega + 4 \geq 0 \Leftrightarrow (\omega - 2)^2 \geq 0$$

Η τελευταία σχέση είναι αληθής, οπότε και η αρχική.

**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1. i.**  $(A \cup B)'$ : «Ο μαθητής δεν έχει ούτε κινητό ούτε tablet»

**ii.**  $A \cap B$ : «Ο μαθητής έχει και κινητό και tablet»

**Δ2. i.** Επιλέγουμε τυχαία μαθητή και το 10% αυτών δεν έχει ούτε κινητό ούτε tablet, οπότε  $P((A \cup B)') = \frac{10}{100} = 0,1$ .

Επομένως

$$P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B) \Leftrightarrow P(A \cup B) = 1 - P((A \cup B)').$$

Οπότε  $P(A \cup B) = 1 - 0,1 = 0,9$  δηλαδή 90%.

**ii.** Επίσης το 30% έχει και κινητό και tablet, οπότε  $P(A \cap B) = \frac{30}{100} = 0,3$ .

•  $(A - B) \cup (B - A)$ : «Ο μαθητής έχει μόνο κινητό ή μόνο tablet»

Τα ενδεχόμενα  $A - B$  και  $B - A$  είναι ασυμβίβαστα, οπότε από τον απλό προσθετικό νόμο προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned} P((A - B) \cup (B - A)) &= P(A - B) + P(B - A) = \\ &= P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) = \\ &= P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0,9 - 0,3 = 0,6 \text{ δηλαδή } 60\% \end{aligned}$$

**Δ3.** Είναι  $P(A) = 2P(B)$ , οπότε από τον προσθετικό νόμο, για τα ενδεχόμενα  $A$  και  $B$  προκύπτει ότι:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow 0,9 = 2P(B) + P(B) - 0,3 \Leftrightarrow$$

$$3P(B) = 0,9 + 0,3 \Leftrightarrow 3P(B) = 1,2 \Leftrightarrow P(B) = 0,4 \text{ δηλαδή } 40\%$$

Επομένως  $P(A) = 2P(B) = 2 \cdot 0,4 = 0,8$  δηλαδή 80%.