



# 08 επαναληπτικά Θέματα

## Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΑΛΓΕΒΡΑ

### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

**A)** Αν  $\alpha > 0$  με  $\alpha \neq 1$ , να αποδείξετε ότι για κάθε  $\theta > 0$  και  $\kappa \in \mathbb{R}$  ισχύει:  $\log_{\alpha} \theta^{\kappa} = \kappa \cdot \log_{\alpha} \theta$ .

#### ΜΟΝΑΔΕΣ 8

**B)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

**a)** Για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ισχύει  $\left(\frac{1}{3}\right)^x < 3^x$ .

**b)** Το  $\pi$  είναι λύση της εξίσωσης συνx + 1 = ημ2x.

**γ)** Η εξίσωση  $x^4 + 3x^2 + x + 1 = 0$  δεν έχει ακέραιες ρίζες.

**δ)** Ισχύει  $5 = \ln e^5$ .

**ε)** Αν  $(\alpha_v), v \in \mathbb{N}^*$  είναι μία αριθμητική πρόοδος με διαφορά  $\omega \neq 0$ , τότε ισχύει:

$$\alpha_{2007} - \alpha_{2008} = \omega.$$

#### ΜΟΝΑΔΕΣ 5

**Γ)** Για τις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα, που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση, δίπλα στον αριθμό κάθε ερώτησης.

1. Η συνάρτηση  $f(x) = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^x$  με  $\alpha > 1$  είναι :

- A. γνησιώς ανάδυσα στο  $\mathbb{R}$   
Γ. γνησιώς φθίνουσα στο  $\mathbb{R}$

- B. σταθερή στο  $\mathbb{R}$   
Δ. κανένα από τα προηγούμενα

2. Αν  $x > 0$  και ισχύει  $\ln \sqrt{x} = 3$ , τότε :

- A.  $x = e^4$   
Γ.  $x = e^3$
- B.  $x = e^6$   
Δ.  $x = e^9$

3. Η εξίσωση ημxσυν3x + ημ3xσυνx = 4,  $x \in \mathbb{R}$ :

- A. έχει λύση το  $x = 0$   
Γ. έχει λύση το  $x = \pi$
- B. έχει λύση το  $x = \frac{\pi}{2}$   
Δ. είναι αδύνατη

4. Αν το πολυώνυμο  $P(x)$  έχει παράγοντα το  $x-1$ , τότε έχει οπωσδήποτε παράγοντα και το

- A.  $x+1$   
Γ.  $1-x$
- B.  $-x-1$   
Δ. κανένα από τα προηγούμενα.

5. Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f(x) = e^x$  και  $g(x) = \ln x$  είναι συμμετρικές ως προς :
- A. τον άξονα  $y'$   
B. την ευθεία  $y = x$   
C. τον άξονα  $x'$   
D. την ευθεία  $y = 2x$
6. Το πολυώνυμο  $P(x) = (\lambda^2 - 1)x^3 + (\lambda^3 - 1)x^2 + (\lambda - 1)x + (\lambda^2 + \lambda - 2)$  είναι το μηδενικό πολυώνυμο, όταν το  $\lambda$  ισούται με :
- A. 1  
B. -1  
C. -2  
D. κανένα από τα προηγούμενα.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 12****ΘΕΜΑ 2<sup>o</sup>**

Δίνονται τα πολυώνυμα  $P(x) = x^3 - 5x^2 + 16x - 12$  και  $F(x) = x^2 + 5x - 6$ .

- a) Να λύσετε την εξίσωση  $P(x) = F(x)$  (1).

**ΜΟΝΑΔΕΣ 8**

- b) Να βρείτε το διάστημα, που ανήκει το  $x$ , έτσι ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $P(x)$ , να βρίσκεται κάτω από τον άξονα  $x'$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 8**

- c) Έστω  $(\alpha_v), v \in N^*$  μία γεωμετρική προόδος με πρώτο όρο τη μεγαλύτερη ρίζα της εξίσωσης (1) και λόγο λ τη μεσαία ρίζα της (1), τότε:

- i) Να υπολογίσετε την ταξηνομία του όρου της γεωμετρικής προόδου  $\alpha_v$ , που ισούται με 192.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

- ii) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  $\frac{\alpha_{2008}}{\alpha_{2007}} \cdot \frac{\alpha_{2005}}{\alpha_{2006}}$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 4****ΘΕΜΑ 3<sup>o</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{\eta \mu 4x + 2\eta \mu 2x}{\sin vx}$ , με  $x \neq \kappa\pi + \frac{\pi}{2}, \kappa \in Z$ .

- a) Να αποδείξετε ότι:  $f(x) = 8\eta\mu x - 8\eta\mu^3 x$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 9**

- b) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = 16\eta\mu x$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 8**

- γ) Να αποδείξετε ότι, οι αριθμοί  $f\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ ,  $f(0)$ ,  $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$  με τη σειρά που δίνονται είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 8****ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln(x + \alpha - \beta)$ , όπου  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

**A.** Αν  $\ln 6 + f\left(\frac{\pi}{2}\right) - \ln 5 = \ln \pi$ , τότε:

**a)** Να αποδείξετε ότι:  $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 8**

**b)** Να λύσετε την εξίσωση  $\eta \mu(e^{f(x)}) \cdot \sin(e^{f(x)}) = \frac{1}{2}$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

**B.** Αν η γραφική παράσταση της  $f$  τέμνεται στον άξονα  $x$  στο σημείο  $A(1,0)$ , τότε:

**a)** Να αποδείξετε ότι:  $\alpha - \beta = 0$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 4**

**b)** Να λύσετε την ανίσωση  $16 \cdot 2^{\frac{f(x)}{2}} < 2^{\ln(2e^4)}$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 8****ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**