ΤΑΞΗ: **Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**
ΜΑΘΗΜΑ: **ΆΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

Ημερομηνία: Δευτέρα 5 Ιανουαρίου 2015
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

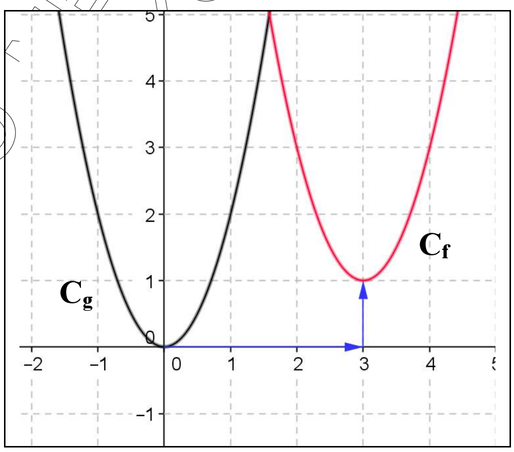
Α1. Σχολικό βιβλίο σελ. 61.

Α2. Λ, Σ, Σ, Λ, Λ.

ΘΕΜΑ Β

Β1. $2(x-3)^2+1=2(x^2-6x+9)+1=2x^2-12x+18+1=2x^2-12x+19=f(x)$.

Β2. Η C_f προκύπτει από μετατόπιση της C_g κατά 3 μονάδες οριζόντια προς τα δεξιά και κατά 1 μονάδα κατακόρυφα προς τα πάνω.



Β3. Είναι η $f(x)$ γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty,3]$ και γνησίως αύξουσα στο $[3,+\infty)$. Παρουσιάζει ελάχιστο αν $x=3$ το $f(3)=2(3-3)^2+1=1$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $f(x)=\dfrac{1}{\sigma\upsilon\nu x}-\dfrac{\sigma\upsilon\nu x}{1+\eta\mu x}=\dfrac{1+\eta\mu x-\sigma\upsilon\nu^2 x}{\sigma\upsilon\nu x(1+\eta\mu x)}=$

$$=\frac{\eta\mu x+\eta\mu^2 x}{\sigma\upsilon\nu x(1+\eta\mu x)}=\frac{\eta\mu x\,\cancel{(1+\eta\mu x)}}{\sigma\upsilon\nu x\,\cancel{(1+\eta\mu x)}}=\varepsilon\varphi x$$

Γ2. $\sqrt{12}\varepsilon\varphi\left(\pi+\dfrac{\pi}{3}\right)-2009\varepsilon\varphi\left(\dfrac{35\pi}{4}\right)=$

$$=\sqrt{12}\varepsilon\varphi\frac{\pi}{3}-2009\varepsilon\varphi\left(\frac{3\pi}{4}+\frac{32\pi}{4}\right)=$$

$$=\sqrt{12}\varepsilon\varphi\frac{\pi}{3}-2009\varepsilon\varphi\left(\frac{3\pi}{4}+8\pi\right)=\sqrt{12}\varepsilon\varphi\frac{\pi}{3}-2009\varepsilon\varphi\left(\frac{3\pi}{4}\right)=$$

$$=\sqrt{12}\varepsilon\varphi\frac{\pi}{3}-2009\varepsilon\varphi\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{12}\varepsilon\varphi\frac{\pi}{3}+2009\varepsilon\varphi\left(\frac{\pi}{4}\right)=$$

$$=\sqrt{12}\sqrt{3}+2009\cdot 1=6+2009=2015.$$

Γ3. $f(x)=-\varepsilon\varphi\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)\Leftrightarrow \varepsilon\varphi x=\varepsilon\varphi\left(\dfrac{\pi}{4}-x\right)\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}-x+\kappa\pi\Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{4}+\kappa\pi\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{8}+\frac{\kappa\pi}{2},\ \kappa\in\mathbb{Z}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. **α)** $D=\begin{vmatrix}\lambda+1 & 8\\ \lambda & \lambda+3\end{vmatrix}=(\lambda+1)(\lambda+3)-8\lambda=\lambda^2+3\lambda+\lambda+3-8\lambda=$

$$=\lambda^2-4\lambda+3=(\lambda-1)(\lambda-3).$$

$$D_x=\begin{vmatrix}4 & 8\\ 2 & \lambda+3\end{vmatrix}=4\lambda+12-16=4\lambda-4=4(\lambda-1).$$

$$D_y=\begin{vmatrix}\lambda+1 & 4\\ \lambda & 2\end{vmatrix}=2\lambda+2-4\lambda=2-2\lambda=-2(\lambda-1).$$

Δ2. Το σύστημα έχει μοναδική λύση αν $D\neq 0\Leftrightarrow \lambda\neq 1$ και $\lambda\neq 3$. Τότε η λύση είναι:

$$(x_0,y_0)=\left(\frac{D_x}{D},\frac{D_y}{D}\right)=\left(\frac{4(\lambda-1)}{(\lambda-1)(\lambda-3)},\frac{-2(\lambda-1)}{(\lambda-1)(\lambda-3)}\right)=\left(\frac{4}{\lambda-3},\frac{-2}{\lambda-3}\right).$$

Η λύση επαληθεύει την εξίσωση $x_0 + y_0 = 2 \Leftrightarrow \frac{4}{\lambda-3} + \frac{-2}{\lambda-3} = 2 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 4-2 = 2(\lambda-3) \Leftrightarrow 2 = 2\lambda - 6 \Leftrightarrow 2\lambda = 8 \Leftrightarrow \lambda = 4.$$

Τότε $(x_0, y_0) = \left(\frac{4}{4-3}, \frac{-2}{4-3}\right) = (4,-2)$.

Δ3. Η συνάρτηση για $\lambda = 4$, $x_0=4$, $y_0= -2$ γράφεται

$$g(t) = 4\eta\mu\left(\frac{-2\pi}{6(-2)}t\right) + 4 = 4\eta\mu\left(\frac{\pi}{6}t\right) + 4$$

που έχει περίοδο $T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{6}} = 12$ και μέγιστη τιμή $\mathrm{M} = 4\cdot 1 + 4 = 8$ και ελάχιστη τιμή $\varepsilon = 4(-1) + 4 = 0$.