



**ΕΠ.Λ.
Α' ΟΜΑΔΑ**

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. α) Δίνεται συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, ($A \subseteq \mathbb{R}$) και $x_0 \in A$. Πότε λέμε ότι η f είναι συνεχής στο x_0 ; (5 μονάδες)

β) Δίνεται συνάρτηση $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$. Πότε λέμε ότι η f είναι συνεχής σε κάθε $x_0 \in (a, b)$; (5 μονάδες)

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **ΣΩΣΤΟ** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **ΛΑΘΟΣ**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Έστω συνεχής συνάρτηση $f: [a, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$ με παράγουσα συνάρτηση F .

$$\text{Τότε ισχύει: } \int_a^\beta f(x) dx = [F(x)]_a^\beta = F(\beta) - F(a).$$

(3 μονάδες)

β) Έστω $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ και $g: B \rightarrow \mathbb{R}$, με $f(A) \subseteq B$. Αν η f είναι παραγωγίσιμη σε κάθε $x \in A$ και η g παραγωγίσιμη σε κάθε $f(x) \in B$, τότε η σύνθεσή τους $g \circ f: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμη στο A και ισχύει ότι: $(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$.

(3 μονάδες)

γ) Οι παράγουσες της συνάρτησης f με $f(x) = \frac{1}{x}$, $x > 0$ είναι οι συναρτήσεις F με $F(x) = \ln x + c$, c σταθερά.

(3 μονάδες)

Γ. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

α) Ο τύπος $f_i = \frac{v_i}{v}$ υπολογίζει:

A: τη σχετική συχνότητα %.

B: τη σχετική συχνότητα.

Γ: τη μέση τιμή.

Δ: την αθροιστική συχνότητα.

E: την αθροιστική σχετική συχνότητα.

(3 μονάδες)

- β)** Ένας πληθυσμός είναι ομοιογενής όταν ο συντελεστής μεταβλητότητας είναι:
- A:** $CV > 10\%$.
B: $CV \leq 10\%$.
Γ: $CV = 10\%$.
Δ: $CV \geq 10\%$.
Ε: $CV < 10\%$.
- (3 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^ο

Μια μεταβλητή παίρνει τις τιμές: 10, 11, 12, 13, 14, ω , $\omega + 1$, 16, 19, 12.

- α)** Αν η μέση τιμή τους είναι $\bar{x} = 13$, να αποδείξετε ότι $\omega = 11$.
 (5 μονάδες)
- β)** Για $\omega = 11$ να βρείτε:
- i)** τη διάμεσο, (5 μονάδες)
- ii)** το εύρος των τιμών, (5 μονάδες)
- iii)** την επικρατούσα τιμή, (5 μονάδες)
- iv)** είναι το δείγμα ομοιογενές; (5 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \frac{\eta\mu x}{x}$

- α)** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.
 (5 μονάδες)
- β)** Να βρείτε την $f'(x)$ και την $f''(x)$
 (12 μονάδες)
- γ)** Να αποδείξετε ότι: $xf'''(x) + 2f''(x) + xf'(x) = 0$.
 (8 μονάδες)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = x^3 - \beta x + \alpha$, όπου: $\alpha = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$

και $\beta = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x + 1}{x}$.

- α) Να υπολογίσετε την τιμή των πραγματικών αριθμών α και β .
(7 μονάδες)
- β) Για $\alpha = 1$ και $\beta = 3$, να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.
(10 μονάδες)
- γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου, που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f' , τον άξονα xx' και τις ευθείες $x = -1$ και $x = 1$.
(8 μονάδες)