



ΕΠΑ.Λ. Α' ΟΜΑΔΑΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Δίνεται ένα δείγμα n παρατηρήσεων που έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά. Τι ονομάζεται διάμεσος του δείγματος;

Μονάδες 5

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν μια μεταβλητή παίρνει τις n τιμές t_1, t_2, \dots, t_n που έχουν μέση τιμή \bar{x} τότε διακύμανση της μεταβλητής ονομάζεται το πηλίκο

$$s^2 = \frac{(\bar{x} - t_1)^2 + (\bar{x} - t_2)^2 + \dots + (\bar{x} - t_n)^2}{n}$$

Μονάδες 3

β) Η διακύμανση εκφράζεται με τις μονάδες μέτρησης της μεταβλητής.

Μονάδες 3

γ) Αν για την f υπάρχουν το $f(x_0)$ και το όριο $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ τότε η f είναι συνεχής στο x_0 .

Μονάδες 3

δ) Αν υπάρχει ανοιχτό διάστημα (α, β) που περιέχει το x_0 τέτοιο ώστε $f(x) \leq f(x_0)$ για κάθε $x \in (\alpha, \beta)$ τότε η f έχει τοπικό ελάχιστο στο σημείο x_0 .

Μονάδες 3

A3. Για κάθε μια από τις παρακάτω συναρτήσεις να γράψετε στο τετράδιο σας την παράγουσα συνάρτησή της F .

α) $f(x) = 1, \quad x \in \mathbb{R}$

β) $f(x) = x^\alpha$ με $\alpha \neq -1$ και $x > 0$

γ) $f(x) = \sin x, \quad x \in \mathbb{R}$

δ) $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}, \quad x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Β

Οι θερμοκρασίες που μετρήθηκαν στις 12 το μεσημέρι σε μια πόλη δίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Θερμοκρασία x_i ($^{\circ}\text{C}$)	Πλήθος ημερών (v_i)
-1	8
0	12
1	10
2	v_4
3	8

B1. Αν η μέση θερμοκρασία είναι $\bar{x} = 1^{\circ}\text{C}$ να δείξετε ότι $v_4 = 12$.

Μονάδες 8

B2. Να μεταφέρετε τον πίνακα στο τετράδιο σας και να τον συμπληρώσετε με τις στήλες της σχετικής συχνότητας, της αθροιστικής συχνότητας και της αθροιστικής σχετικής συχνότητας.

Μονάδες 7

B3. Να βρείτε την επικρατούσα τιμή και τη διάμεσο.

Μονάδες 6

B4. Για πόσες ημέρες η θερμοκρασία ήταν το πολύ 0°C ; Ποιο το ποσοστό των ημερών με θερμοκρασία τουλάχιστον 2°C ;

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + \lambda, & x \leq 1 \\ x + \sqrt{x}, & x > 1 \end{cases}$

Γ1. Αν η f είναι συνεχής στο \mathbb{R} να βρείτε το λ .

Μονάδες 5

Για $\lambda = 6$

Γ2. Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x^3 - x}$.

Μονάδες 6

Γ3. Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(9)}{\sqrt{x+2} - 1}$.

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $I = \int_0^4 f(x) dx$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha \cdot x^3 + \beta \cdot x^2 + (\alpha + 2)x - 1$, $x \in \mathbb{R}$ και $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

Δ1. Βρείτε τις παραγώγους $f'(x)$, $f''(x)$.

Μονάδες 4

Δ2. Αν η f παρουσιάζει ακρότατο στο σημείο $x=1$ και ισχύει $f''(0)=2$ να δείξετε ότι $\alpha = -1$, $\beta = 1$.

Μονάδες 6

Για $\alpha = -1$, $\beta = 1$:

Δ3. Να μελετηθεί η f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

Μονάδες 7

Δ4. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου Ω που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f τον $x'x$ άξονα και τις κατακόρυφες ευθείες $x = 2$ και $x = 3$.

Μονάδες 8