ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΕΠΑ.Λ. Α΄ & Β΄
24 ΜΑΪΟΥ 2012
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία, σελ. 81 Σχολ. βιβλίου.
Α2. **α)** Σ, **β)** Σ, **γ)** Λ, **δ)** Σ, **ε)** Σ.
Α3. **α)** $\int_{\alpha}^{\beta}\frac{1}{x}dx=\ln\beta-\ln\alpha$, **β)** $\left(gof\right)'(x)=g'\left(f(x)\right)\cdot f'(x)$, **γ)** $\int_{\alpha}^{\beta}c\,dx=c(\beta-\alpha)$.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Το πλήθος των μαθητών είναι 25, άρα $6+5+4+\kappa+2\kappa+1=25 \Leftrightarrow \kappa=3$.

Β2.

Ημερήσιες ώρες x_i	Μαθητές ν_i	Αθροιστική Συχνότητα N_i	Σχετική Συχνότητα % f_i%	$x_i\nu_i$
1	6	6	24%	6
2	5	11	20%	10
3	4	15	16%	12
4	3	18	12%	12
5	7	25	28%	35
Σύνολο	$\nu=25$		100	75

Β3. Μέση τιμή: Από τον προηγούμενο πίνακα προκύπτει ότι:
$$\bar{x}=\frac{6+10+12+12+35}{25}=\frac{75}{25}=3 \text{ ώρες.}$$
Η διάμεσος δ ισούται με τη μεσαία παρατήρηση x_{13}, η οποία από τη στήλη της αθροιστικής συχνότητας του προηγούμενου πίνακα προκύπτει 3.
Είναι δηλαδή $\delta=x_{13}=3$ ώρες.

Β4. Το ποσοστό των μαθητών που διαβάζουν 3 ώρες τουλάχιστον ημερησίως, από τον πίνακα προκύπτει $\frac{4+3+7}{25}=\frac{14}{25}=56\%$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\lim\limits_{x\to1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to1^-}\left(\alpha x^2+\beta x\right)=\alpha+\beta$.

Γ2. $\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to1^+}\frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}=\lim\limits_{x\to1^+}\frac{(x-1)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}{\left(\sqrt{x+3}-2\right)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}=\lim\limits_{x\to1^+}\left(\sqrt{x+3}+2\right)=4$.

Γ3. Η f είναι συνεχής στο $x_0 = 1$, όταν $\alpha + \beta = 4$ (1).
Η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(-1, 2)$ όταν
$f(-1) = 2 \Leftrightarrow \alpha(-1)^2 + \beta(-1) = 2 \Leftrightarrow \alpha - \beta = 2$ (2).
Από (1), (2) προκύπτει $\alpha = 3$, $\beta = 1$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Για την παράγουσα F της f έχουμε : $F(x) = x^3 - x^2 - x + c$. Επειδή $F(0) = 1$ έπεται $c = 1$ οπότε $F(x) = x^3 - x^2 - x + 1$.

Δ2. Είναι $F^{/}(x) = 3x^2 - 2x + 1 = 3(x - 1)\cdot(x + \frac{1}{3})$. Προκύπτει έτσι ο επόμενος πίνακας μεταβολής:

x	$-\infty$		$-1/3$		1		$+\infty$
$F'(x)$		+	0	-	0	+	
$F(x)$		↗		↘		↗	
			τ.max		τ.min		

Από τον πίνακα αυτό προκύπτει ότι η F είναι γνησίως αύξουσα σε καθένα από τα διαστήματα $(-\infty, -\frac{1}{3}]$, $[1, +\infty)$, γνησίως φθίνουσα στο $[-\frac{1}{3}, 1]$. και παρουσιάζει τοπικό μέγιστο $F(-\frac{1}{3}) = \frac{32}{27}$ και τοπικό ελάχιστο $F(1) = 0$.

Δ3. Επειδή η F είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[1, +\infty)$ και
$2011, 2012 \in [1, +\infty)$ με $2011 < 2012$ προκύπτει ότι $F(2011) < F(2012)$.

Δ4. Είναι $E(\Omega) = -\int_0^1 \left(3x^2 - 2x - 1\right)dx = -\left[x^3\right]_0^1 + \left[x^2\right]_0^1 + [x]_0^1 = -1 + 1 + 1 = 1$ τ.μ.