ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$, τότε για οποιουσδήποτε θ_1 , $\theta_2 > 0$ να δείξετε ότι ισχύει:

$$\log_\alpha(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_\alpha \theta_1 + \log_\alpha \theta_2$$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 10)

Β. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση.

α. Αν $\log_\alpha \theta = x$ με $\alpha > 0$, $\alpha \neq 1$ και $\theta > 0$, τότε:

α) $\alpha^\theta = x$ **β)** $x^\alpha = \theta$ **γ)** $\alpha^x = \theta$

β. Αν S_ν συμβολίζει το άθροισμα των πρώτων ν όρων μιας γεωμετρικής προόδου α_ν με λόγο $\lambda \neq 1$ και πρώτο όρο α_1, τότε είναι:

α) $S_\nu = \alpha_1 \dfrac{\lambda - 1}{\lambda^\nu - 1}$ **β)** $S_\nu = \alpha_1 \dfrac{\lambda^\nu - 1}{\lambda - 1}$ **γ)** $S_\nu = \alpha_1 \dfrac{1 - \lambda^\nu}{\lambda - 1}$

γ. Αν οι $6\alpha - 3,\ 3\alpha - 1,\ \alpha + 1$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, τότε:

α) $\alpha = -1$ **β)** $\alpha = 0$ **γ)** $\alpha = 1$

δ. Η συνάρτηση $f(x) = \log_\alpha x$ με $x > 0$ είναι γνησίως αύξουσα όταν:

α) $\alpha > 0$ **β)** $0 < \alpha < 1$ **γ)** $\alpha > 1$

ε. Ο λόγος της γεωμετρικής προόδου με όρους $1,\ \dfrac{1}{\alpha},\ \dfrac{1}{\alpha^2}$ είναι:

α) $\lambda = \dfrac{1}{\alpha}$ **β)** $\lambda = \alpha$ **γ)** $\lambda = \dfrac{1}{\alpha^2}$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 15)

ΘΕΜΑ 2ο

Α. α. Να βρεθεί ο πρώτος όρος και ο λόγος της γεωμετρικής προόδου με $\alpha_3 = 10$ και $\alpha_6 = 80$.

β. Αν $\alpha_1 = \dfrac{5}{2}$ και $\lambda = 2$ να βρείτε τον πέμπτο όρο της παραπάνω προόδου.

(ΜΟΝΑΔΕΣ 8)

Β. Να λύσετε τις εξισώσεις: **α.** $3^{3x-1} = 9^{x+1}$

β. $5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 10)

Γ. α. Να αποδείξετε ότι: $2 - 2\log 5 = \log 4$

β. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων: $\frac{1}{3}\log 27+1$ και $\log 18-2\log 3+1$

αν είναι γνωστό ότι $\log 2\cong 0{,}3$ και $\log 3\cong 0{,}48$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 7)

ΘΕΜΑ 3ο

Α. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\frac{\ln(3x-11)}{\ln(x-5)}$

α. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

β. Να λύσετε την εξίσωση $f(x)=2$

γ. Αν $x>6$, να λύσετε την ανίσωση: $f(x)>1$ **(ΜΟΝΑΔΕΣ 12)**

Β. Να λύσετε την εξίσωση: $\log^3 x+2\log^2 x=\log(100x)$ **(ΜΟΝΑΔΕΣ 7)**

Γ. Να λύσετε την ανίσωση: $\left(\frac{2004}{2005}\right)^{x^2-3x}<\left(\frac{2005}{2004}\right)^{6-2x}$ **(ΜΟΝΑΔΕΣ 6)**

ΘΕΜΑ 4ο

Α. Έστω $0<\alpha<\beta$ και η αριθμητική πρόοδος α_ν με $\alpha_1=\log\alpha$ και $\alpha_{100}=\log\beta$, ώστε το άθροισμα των 100 πρώτων όρων της να είναι 100. Έστω ω η διαφορά της προόδου α_ν.

α. Να αποδείξετε ότι: $\alpha\cdot\beta=100$

β. Να εκφράσετε το β συναρτήσει του ω.

γ. Να βρείτε το $\nu\in N^*$ ώστε: $\alpha_\nu=4\alpha_2-3\alpha_1$ **(ΜΟΝΑΔΕΣ 12)**

Β. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης: $f(x)=\sqrt{x\cdot\left[\log^2(x+2)-\log(x+2)\right]}$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 8)

Γ. Δίνονται οι ακολουθίες α_ν, β_ν με $\nu\in N^*$.

Αν α_ν, β_ν αριθμητικοί πρόοδοι με κοινή διαφορά ω και ισχύει: $\alpha_{2004}=\beta_{1998}$, να αποδείξετε ότι: $\beta_\nu=\alpha_{\nu+6}$ για κάθε $\nu\in N^*$.

(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)