



## Α' ΤΑΞΗ ΓΕΝ. ΛΥΚΕΙΟΥ

### ΑΛΓΕΒΡΑ

### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

- A.** Αν  $\theta > 0$  να αποδείξετε ότι  $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$ . **ΜΟΝΑΔΕΣ 10**
- B.** Σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων δίνονται τα σημεία  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$ . Να γράψετε τον τύπο, με τον οποίο υπολογίζεται η απόσταση  $AB$ . **ΜΟΝΑΔΕΣ 5**
- Γ.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη ΣΩΣΤΟ αν η πρόταση είναι σωστή, ή ΛΑΘΟΣ, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α)** Αν  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ , τότε ισχύει:  $|\alpha - \beta| = |\beta - \alpha|$ . **ΜΟΝΑΔΕΣ 2**
- β)** Αν  $\alpha \cdot \gamma < 0$ , τότε το τριώνυμο  $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$  παίρνει τη μορφή  $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha (x - x_1)(x - x_2)$ , όπου  $x_1, x_2$  οι ρίζες του τριωνύμου. **ΜΟΝΑΔΕΣ 2**
- γ)** Ισχύει πάντοτε  $\sqrt[n]{a^n} = a$ , όπου  $n$  θετικός ακέραιος και  $a \in \mathbb{R}$ . **ΜΟΝΑΔΕΣ 2**
- δ)** Αν  $\alpha \cdot \beta > 0$ , τότε πάντοτε ισχύει:  $\sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}$ . **ΜΟΝΑΔΕΣ 2**
- ε)** Αν  $x > 0$ , τότε  $\frac{\sqrt{x^2}}{x} = 1$ . **ΜΟΝΑΔΕΣ 2**

#### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Δίνονται οι ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  με εξισώσεις

$$\varepsilon_1: y = (\lambda - 2)x + 1, \quad \varepsilon_2: y = \frac{2 - \lambda}{4}x - 1$$

- α)** Να βρείτε την τιμή του πραγματικού αριθμού  $\lambda$  ώστε οι ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  να είναι παράλληλες. **ΜΟΝΑΔΕΣ 10**
- β)** Να βρείτε τις τιμές των πραγματικών αριθμών  $\lambda$  ώστε οι ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  να είναι κάθετες μεταξύ τους. **ΜΟΝΑΔΕΣ 15**

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(x) = x^4 - \alpha x^2 + 2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , όπου

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} + \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}.$$

- α) Να αποδείξετε ότι  $\alpha = 6$ . **ΜΟΝΑΔΕΣ 8**
- β) Να υπολογίσετε την τιμή  $f(1)$ . **ΜΟΝΑΔΕΣ 2**
- γ) Να λύσετε την εξίσωση:  $f(x) = f(1)$ . **ΜΟΝΑΔΕΣ 8**
- δ) Να λύσετε την ανίσωση:  $f(x) - f(1) \leq 0$ . **ΜΟΝΑΔΕΣ 7**

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Δίνεται η εξίσωση  $D \cdot \omega^2 - (D_x - D_y) \cdot \omega + 2D_x + D_y = 0$  (1), όπου  $D$ ,  $D_x$ ,  $D_y$  πραγματικοί αριθμοί ίσοι με τις ορίζουσες ενός συστήματος ( $\Sigma$ ) δύο γραμμικών εξισώσεων με δύο αγνώστους.

- A.** Έστω ότι η εξίσωση (1) είναι δευτέρου βαθμού ως προς  $\omega$
- α) Να αποδείξετε ότι το γραμμικό σύστημα ( $\Sigma$ ) έχει μοναδική λύση. **ΜΟΝΑΔΕΣ 6**
- β) Αν για το άθροισμα  $S$  και το γινόμενο  $P$  των ριζών της (1) ισχύει  $S = -1$  και  $P = -2$ , τότε:
- i) Να δείξετε ότι  $\frac{D_x - D_y}{D} = 1$  και  $\frac{2D_x + D_y}{D} = -2$  **ΜΟΝΑΔΕΣ 6**
- ii) Να βρείτε τη μοναδική λύση του γραμμικού συστήματος ( $\Sigma$ ). **ΜΟΝΑΔΕΣ 5**
- B.** Αν  $D \neq 0$  και η (1) είναι αδύνατη, τότε να δείξετε ότι και το γραμμικό σύστημα ( $\Sigma$ ) είναι αδύνατο. **ΜΟΝΑΔΕΣ 8**

**ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!**