



Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
(ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΘΕΜΑ 1^ο

α. Αν $\theta > 0$ να αποδείξετε ότι $|x| \leq \theta \Leftrightarrow -\theta \leq x \leq \theta$

Μονάδες 13

β. Έστω x_1 και x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, $a \neq 0$. Να αποδείξετε ότι:

i) $x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{a}$

ii) $x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{a}$

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνονται οι ευθείες

$(\varepsilon_1): y = |a + 2|x + 4$

$(\varepsilon_2): y = |2a - 1|x + 15$

α. Αν οι (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες να βρείτε το a

Μονάδες 12

β. Για $a=3$ να βρείτε :

i) τις συντεταγμένες του σημείου A που η (ε_1) τέμνει τον άξονα $y' y$ καθώς και του σημείου B που η (ε_2) τέμνει τον άξονα $x' x$

Μονάδες 8

ii) την απόσταση AB

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f

Μονάδες 7

β. Να απλοποιήσετε τον τύπο της

Μονάδες 9

γ. Να αποδείξετε ότι: $\frac{2005^2 - 1}{2005^2 - 3 \cdot 2005 + 2} = \frac{2006}{2003}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η εξίσωση $(\lambda + 2)x^2 - 2\lambda x - 1 = 0$ με $\lambda \neq -2$ και $\lambda \in \mathbb{R}$ (1)

α. Να αποδείξετε ότι έχει ρίζες άνισες για κάθε $\lambda \neq -2$.

Μονάδες 8

β. Έστω x_1, x_2 οι ρίζες της (1) Να βρείτε:

i) Τα $x_1 + x_2$ και $x_1 \cdot x_2$

Μονάδες 4

ii) Τις τιμές του λ για τις οποίες η (1) έχει ρίζες ετερόσημες

Μονάδες 6

iii) Τις τιμές του λ ώστε να ισχύει $x_1 + x_2 < x_1 \cdot x_2$

Μονάδες 7