



Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

**A.** Αν  $x_1, x_2, \dots, x_k$  οι τιμές μιας μεταβλητής  $X$  που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους  $n$  όπου  $k, n$  μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με  $k \leq n$

- Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα  $f_i$  της τιμής  $x_i, i = 1, 2, \dots, k$
- Δείξτε ότι  $0 \leq f_i \leq 1$  για  $i = 1, 2, \dots, k$
- Δείξτε ότι  $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$

(9 ΜΟΝΑΔΕΣ)

**B.** Έστω  $A, B$  δύο ασυμβίβαστα ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ . Να αποδείξετε ότι  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

(8 ΜΟΝΑΔΕΣ)

**Γ.** Να γράψετε στην τελευταία στήλη το γράμμα της σωστής απάντησης

		A	B	Γ	Δ	ΑΠΑΝΤΗΣΗ	
1	Αν $P(A)=0.3$ τότε το $P(A')$ ισούται με	0.3	0.8	0.7	0.1		
2	Αν $P(A)=0.3, P(B)=0.4, P(A \cap B)=0.1$ τότε το $P(A \cup B)$ ισούται με	0.6	0.7	0.8	0.9		
3	Αν $P(A)=0.8, P(A \cap B)=0.2$ τότε	Το $P(A - B)$ ισούται με	0.6	0.7	0.8	0.9	
		Το $P(A \cup B')$ ισούται με	0.6	0.7	0.8	0.9	
4	Αν $P(A)=0.3$ και $P(B)=0.6$ Ποια από τις διπλανές σχέσεις ΔΕΝ μπορεί να ισχύει	$P(A \cap B) =$	0.5	0.6	0.7	0.8	
		$P(A \cup B) =$	0.1	0.2	0.3	0.4	
		$P(A - B) =$	0.1	0.2	0.3	0.4	

(8 ΜΟΝΑΔΕΣ)

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \lambda x^3 - 6x + \mu$ .

Αν  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - x - 1}{x^2 - 1} = \frac{1}{2\lambda}$  και το μέγιστο της συνάρτησης  $f$  είναι 9 :

i) Δείξτε ότι  $\lambda = 2$

(7 ΜΟΝΑΔΕΣ)

ii) Δείξτε ότι  $\mu = 5$

(6 ΜΟΝΑΔΕΣ)

iii) Βρείτε τα σημεία της γραφικής παράστασης της  $f$  όπου η εφαπτομένη ( $\epsilon$ ) είναι παράλληλη στον  $x'$

(6 ΜΟΝΑΔΕΣ)

iv) Να βρείτε για ποια τιμή του  $x$  ο ρυθμός μεταβολής της  $f$  γίνεται ελάχιστος.

(6 ΜΟΝΑΔΕΣ)

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Μελετήσαμε ένα δείγμα Ι.Χ. αυτοκινήτων που κυκλοφορούν στο κέντρο της Αθήνας ως προς τον αριθμό των επιβατών συμπεριλαμβανομένου και του οδηγού. Μερικά από τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

Αριθμός επιβατών $x_i$	Αριθμός αυτοκινήτων $v_i$	$f_i$	$f_i \%$	$N_i$	$F_i$	$F_i \%$
1						
2	110			160		
3						70
4		0.075				
5				400		
ΣΥΝΟΛΑ						

**A.**

- i) Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε. **(4 ΜΟΝΑΔΕΣ)**
- ii) Να υπολογίσετε την μέση τιμή και τη διάμεσο του δείγματος **(3 ΜΟΝΑΔΕΣ)**
- iii) Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές **(4 ΜΟΝΑΔΕΣ)**

**B.** Επιλέγουμε τυχαία ένα αυτοκίνητο. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

A: “το αυτοκίνητο έχει το πολύ δύο επιβάτες” **(3 ΜΟΝΑΔΕΣ)**

B: “το αυτοκίνητο έχει τουλάχιστον τέσσερις επιβάτες” **(3 ΜΟΝΑΔΕΣ)**

**Γ.** Επιλέγουμε στην τύχη έναν επιβάτη. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

Γ: “ο επιβάτης έχει τρεις συνεπιβάτες” **(4 ΜΟΝΑΔΕΣ)**

Δ: “ο επιβάτης δεν έχει συνεπιβάτες” **(4 ΜΟΝΑΔΕΣ)**

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Σ' ένα χωριό υπάρχουν  $n$  άνθρωποι που ο καθένας είναι  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ετών.

**A.** Αν το δείγμα  $x_1, x_2, \dots, x_n$  των ηλικιών τους έχει συντελεστή μεταβολής 20% και μετά από 25 χρόνια γίνεται για πρώτη φορά ομοιογενές,

- i) Βρείτε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των ηλικιών τους
- ii) Βρείτε τη μέση τιμή του δείγματος  $x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2$
- iii) Αν ο μικρότερος σε ηλικία είναι 10 ετών, βρείτε προσεγγιστικά τη μεγαλύτερη ηλικία, αν υποθέσουμε ότι η κατανομή των ηλικιών είναι κανονική. **(9 ΜΟΝΑΔΕΣ)**

**B.** Στο παραπάνω χωριό υπάρχουν μόνο 2 καφενεία, το A και το B. Αν το 30% των κατοίκων πηγαίνει στο A καφενείο και το 60% δεν πηγαίνει στο B ενώ το 50% πηγαίνει σε ένα τουλάχιστον από τα δύο καφενεία, να βρείτε:

- i) Τι ποσοστό των κατοίκων πηγαίνει και στα δύο καφενεία
- ii) Απ' αυτούς που πηγαίνουν μόνο στο ένα καφενείο ποιοι είναι οι περισσότεροι, αυτοί που πηγαίνουν μόνο στο A ή αυτοί που πηγαίνουν μόνο στο B. **(8 ΜΟΝΑΔΕΣ)**

Γ. Το κάθε ένα από τα  $n$  άτομα αγοράζει ένα λαχνό. Οι λαχνοί είναι αριθμημένοι από το 1 έως το  $n$  και έχουν ίδια πιθανότητα κλήρωσης.  
Αν η πιθανότητα να κληρωθεί περιττός αριθμός είναι κατά 0,8% μεγαλύτερη από το να κληρωθεί άρτιος να βρείτε πόσα άτομα έχει το χωριό.

**(8 ΜΟΝΑΔΕΣ)**

ΦΡΟΝΤ. ΜΕΣΗΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΤΟΥΛΑΣ ΣΑΡΩΤΕ  
ΚΟΜΟΤΗΝΗ