



Β' ΤΑΞΗ ΓΕΝ. ΛΥΚΕΙΟΥ

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A.1. Αν α, β είναι δύο γωνίες για τις οποίες ισχύει $\sin \alpha \neq 0$, $\sin \beta \neq 0$ και $\sin(\alpha + \beta) \neq 0$ να αποδείξετε ότι:

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta}.$$

Μονάδες 10

A.2. Σε μία αριθμητική πρόοδο (a_n) να γράψετε τον τύπο που δίνει το γιοστό όρο a_n , που έχει πρώτο όρο a_1 και διαφορά ω καθώς και τον τύπο του αθροίσματος των n πρώτων όρων.

Μονάδες 5

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

i. $\sin 60^\circ \sin 30^\circ + \cos 60^\circ \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

ii. Το πολυώνυμο $P(x) = (x^3 + x - 1)^{2010} + x + 2$ έχει σταθερό όρο 3.

iii. Εάν α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι οποιασδήποτε αριθμητικής προόδου, τότε ισχύει $\beta^2 = \alpha\gamma$.

iv. $e^x = \theta \Leftrightarrow \ln \theta = x$, $\theta > 0$.

v. Αν $a > 0$ με $a \neq 1$, τότε για οποιουσδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ ισχύει $\frac{\log_a \theta_1}{\log_a \theta_2} = \log_a \theta_1 - \log_a \theta_2$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \alpha x^2 - x + \beta$ με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ και το πολυώνυμο $Q(x) = x^2 + x - 1$.

α) Να βρεθούν $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ αν η αριθμητική τιμή του $P(x)$ για $x = -3$ είναι -8 και έχει παράγοντα το $x + 2$.

Μονάδες 10

β) Αν $\alpha = 2$ και $\beta = -2$, να βρείτε το πηλίκο $\Pi(x)$ της διαίρεσης του $P(x)$ δια του $Q(x)$ και να γράψετε το $P(x)$ με την ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης.

Μονάδες 8

γ) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = Q(x) - 1$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 3^ο

A. α) Να λύσετε την εξίσωση $\eta\mu 2x - \sqrt{2}\sigma\upsilon\nu x = 0$ (1).

Μονάδες 9

β) Να αποδείξετε ότι οι λύσεις της (1) στο διάστημα $[0, \pi]$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

Μονάδες 8

B. Να αποδείξετε ότι $\frac{3 - 4\sigma\upsilon\nu 2\alpha + \sigma\upsilon\nu 4\alpha}{3 + 4\sigma\upsilon\nu 2\alpha + \sigma\upsilon\nu 4\alpha} = \epsilon\phi^4 \alpha$ για όλες τις τιμές του α που ορίζεται η ισότητα.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4^ο

A. Δίνεται η συνάρτηση $\varphi(x) = \frac{\ln(x+1)}{\ln x}$, για $x > 1$.

i. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $L = \varphi(2) \cdot \varphi(3) \cdot \varphi(4) \cdot \dots \cdot \varphi(63) + 2004$

Μονάδες 6

ii. Να λυθεί η ανίσωση $\varphi(x) > \varphi(x^2)$

Μονάδες 6

B. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(e^{2x} - (e+1)e^x + e)$.

i. Για ποιες τιμές του x , με $x > 0$ ορίζεται η συνάρτηση f .

Μονάδες 7

ii. Να λυθεί η εξίσωση $f(\ln x) = \ln(x-1)$ για κάθε $x > e$

Μονάδες 6