

ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Μ. Τετάρτη 8 Απριλίου 2015
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Σχ. βιβλίο 9.2 θεώρημα IV.
A2. Λ, Σ, Λ, Σ, Σ.

ΘΕΜΑ Β

B1. Αφού $DE \parallel AG$ θα είναι $\triangle DEB \approx \triangle BAG$ οπότε $\frac{DE}{AG} = \frac{BE}{BG}$.

B2. Αφού $DZ \parallel AB$ θα είναι $\triangle GDZ \approx \triangle GAB$,

οπότε $\frac{DZ}{AB} = \frac{GD}{GB} \Leftrightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{GD}{GB}$

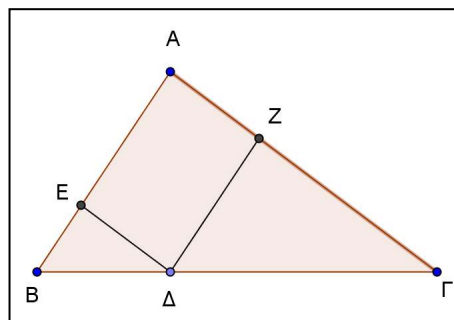
B3. Αν $\frac{BD}{DG} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{BD}{BD+DG} = \frac{2}{3+2} \Leftrightarrow \frac{BD}{BG} = \frac{2}{5}$

οπότε $\frac{(BE\Delta)}{(BA\Gamma)} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$

Όμοια $\frac{GD}{GB} = \frac{3}{5}$ οπότε $\frac{(GDZ)}{(GBA)} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$.

Άρα $(AZ\Delta E) = (AB\Gamma) - (BE\Delta) - (GDZ) =$
 $= (AB\Gamma) - \frac{4}{25}(AB\Gamma) - \frac{9}{25}(AB\Gamma) = \frac{12}{25}(AB\Gamma)$

δηλ. $\frac{(AZ\Delta E)}{(AB\Gamma)} = \frac{12}{25}$.



ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2015
Β' ΦΑΣΗ

Ε 3.Γλ2Γ(α)

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι $(AB\Gamma) = \frac{1}{2} BA \cdot B\Gamma \eta\mu B \Leftrightarrow \frac{21\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 7 \eta\mu B \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow \eta\mu B = \frac{21\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{2}{21} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \eta\mu 60^\circ$ δηλ. $B=60^\circ$

Τότε από το νόμο των συνημιτόνων για τη πλευρά ΑΓ έχουμε:

$$AG^2 = AB^2 + B\Gamma^2 - 2AB \cdot B\Gamma \cdot \cos 60^\circ =$$

$$= 9 + 49 - 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot \frac{1}{2} = 37 \Rightarrow AG = \sqrt{37}.$$

Είναι $B\Gamma^2 = 7^2 = 49$ και $AB^2 + AG^2 = 9 + 37 = 46$

δηλ. $B\Gamma^2 > AB^2 + AG^2 \Leftrightarrow \hat{A} > 90^\circ$

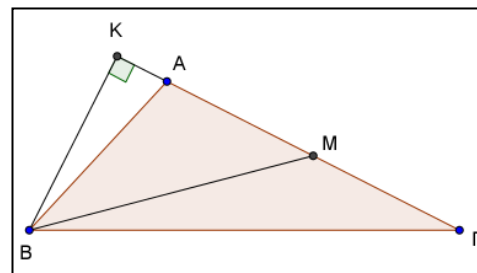
δηλ. το τρίγωνο ΑΒΓ είναι αμβλυγώνιο.

Γ2. $BM^2 = \mu_\beta^2 = \frac{2\alpha^2 + 2\gamma^2 - \beta^2}{4} = \frac{2 \cdot 49 + 2 \cdot 9 - 37}{4}$
 $= \frac{98 + 18 - 37}{4} = \frac{79}{4} \Leftrightarrow BM = \frac{\sqrt{79}}{2}$

και από 2^ο θεώρημα διαμέσων στο ΑΒΓ θα έχουμε:

$$|\alpha^2 - \gamma^2| = 2 \cdot \beta \cdot MK \Leftrightarrow |49 - 9| = 2 \cdot \sqrt{37} MK$$

$$\Leftrightarrow MK = \frac{20}{\sqrt{37}} = \frac{20\sqrt{37}}{37}$$



Γ3. Από Γενικευμένο Πυθ.θεώρημα για αμβλεία γωνία αφού $A > 90^\circ$ για την πλευρά ΒΓ έχουμε

$$B\Gamma^2 = AB^2 + AG^2 + 2AG \cdot AK \Leftrightarrow$$

$$49 = 9 + 37 + 2 \cdot \sqrt{37} \cdot AK \Leftrightarrow AK = \frac{49 - 9 - 37}{2\sqrt{37}} = \frac{3\sqrt{37}}{2 \cdot 37} = \frac{3\sqrt{37}}{74}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Είναι $AO = OM = AM = R$ δηλ. $\triangle AOM$ ισόπλευρο πλευράς R οπότε έχει περίμετρο $3R$ και $(AOM) = \frac{R^2\sqrt{3}}{4}$.

Δ2. Οι χορδές AM, AN είναι πλευρές του κανονικού εξαγώνου που είναι εγγεγραμμένο στο κύκλο (O,R).

$$\text{Άρα } \widehat{MAN} = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ \text{ ή } \widehat{MAN} = \varphi_6 = 180^\circ - \frac{360^\circ}{6} = 120^\circ.$$

$$\text{δηλ. } (AMON) = \frac{120}{360} \pi R^2 = \frac{\pi R^2}{3} \text{ και}$$

$$\text{περίμετρος}_{AMON} = AM + AN + l_{MON} = R + R + \frac{120}{180} \pi \cdot R = 2R + \frac{2\pi R}{3}.$$

Δ3. $E_{\Delta\Gamma\text{KOABN}} = E_{\text{κύκλου}} - 2(\widehat{AMON}) - 4(\tau) =$

$$= \pi R^2 - 2 \cdot \frac{\pi R^2}{3} - 4 \left[(\widehat{OMA}) - (OMA) \right] = \frac{\pi R^2}{3} - 4 \left(\frac{60}{360} \pi R^2 - \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} \right) =$$

$$\frac{\pi R^2}{3} - \frac{2\pi R^2}{3} + R^2 \sqrt{3} = R^2 \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right).$$

Δ4. $AM = \lambda_6 = R, \quad AK = \lambda_3 = R\sqrt{3}, \quad MK = \lambda_6 = R$

Οπότε $(AM\Delta K) = E_{\kappa} \text{ τμήματος } AK\Delta M - E_{\kappa} \text{ τμήματος } AZM =$

$$\begin{aligned} & (\widehat{OAK}) - (OAK) - (\widehat{OMA}) + (OMA) = \\ & = \frac{120}{360} \pi R^2 - \frac{1}{2} \lambda_3 \cdot \alpha_3 - \frac{60}{360} \pi R^2 + \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} = \\ & = \frac{\pi R^2}{3} - \frac{1}{2} R \cdot (R\sqrt{3}) - \frac{\pi R^2}{6} + \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} = \\ & = \frac{\pi R^2}{6} - \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} + \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\pi R^2}{6} = (\widehat{OMA}). \end{aligned}$$