

**ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ / ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ**

**Ημερομηνία: Κυριακή 19 Απριλίου 2015**

**Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες**

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

- A1. → β
- A2. → γ
- A3. → δ
- A4. → δ

- A5. α-ΣΩΣΤΟ
- β-ΛΑΘΟΣ
- γ-ΛΑΘΟΣ
- δ-ΛΑΘΟΣ
- ε-ΣΩΣΤΟ

**ΘΕΜΑ Β**

**B1. Σωστό το γ**

Εφόσον η συχνότητα περιστροφής του τροχού είναι σταθερή, τα Α και Β θα εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση. Τα σημεία Α και Β διαγράφουν έναν κύκλο στον ίδιο χρόνο και συνεπώς έχουν την ίδια περίοδο. Για τα μέτρα των γραμμικών ταχυτήτων των σημείων θα ισχύει:

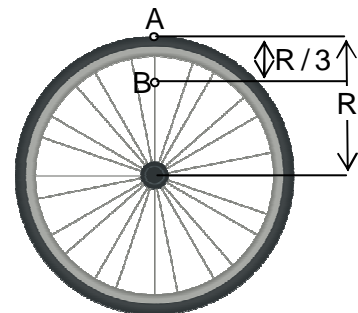
$$u_A = \frac{2\pi R_A}{T} \text{ και } u_B = \frac{2\pi R_B}{T}$$

Από το διπλανό σχήμα προκύπτει:

$$R_A = R \text{ και } R_B = R - \frac{R}{3} = \frac{2R}{3}$$

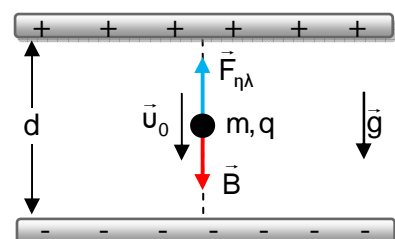
Συνεπώς

$$\frac{u_A}{u_B} = \frac{\frac{2\pi R_A}{T}}{\frac{2\pi R_B}{T}} = \frac{2\pi R_A T}{2\pi R_B T} = \frac{R_A}{R_B} = \frac{R}{\frac{2R}{3}} = \frac{3R}{2R} \Leftrightarrow \frac{u_A}{u_B} = \frac{3}{2}$$



**B2. Σωστό το β**

Αφού το φορτισμένο σωματίδιο κινείται με σταθερή ταχύτητα, θα πρέπει, σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> Νόμο του Newton, η συνισταμένη δύναμη που



**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2015**  
**Β' ΦΑΣΗ**

**Ε.3.Φλ2ΓΘ(α)**

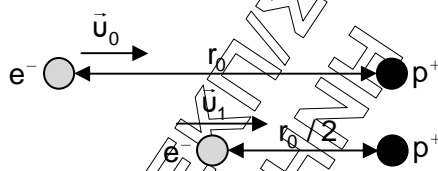
δέχεται να είναι μηδενική. Συνεπώς, η δύναμη που δέχεται από το ηλεκτρικό πεδίο θα πρέπει να είναι αντίθετη του βάρους του. Άρα το πρόσημο του φορτίου είναι αρνητικό. Από τον 1<sup>ο</sup> Νόμο του Newton:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \text{ ή } F_{\eta\lambda} = B \Leftrightarrow |q| \cdot E = mg \xrightarrow{E = \frac{V}{d}} |q| \cdot \frac{V}{d} = mg \Leftrightarrow |q| \cdot V = mgd \Leftrightarrow$$

$$|q| = \frac{mgd}{V} \xrightarrow{q < 0} \boxed{q = -\frac{mgd}{V}}$$

**B3. Σωστό το α**

Επειδή η μοναδική δύναμη που δρα στο σύστημα των δυο σωματιδίων είναι η ηλεκτρική, η οποία είναι διατηρητική, η μηχανική ενέργεια του συστήματος θα παραμένει σταθερή. Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας μεταξύ αρχικής και τελικής θέσης του συστήματος, έχουμε:



$$E_{\text{ΜΗΧ(αρχ)}} = E_{\text{ΜΗΧ(τελ)}} \Leftrightarrow K_{(\alphaρχ)} + U_{\eta\lambda(\alphaρχ)} = K_{(\tau\epsilon\lambda)} + U_{\eta\lambda(\tau\epsilon\lambda)} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} m_e u_0^2 + k_c \frac{q_{e^-} \cdot q_{p^+}}{r_0} = \frac{1}{2} m_e u_1^2 + k_c \frac{q_{e^-} \cdot q_{p^+}}{\frac{r_0}{2}} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} m_e u_0^2 + k_c \frac{(-e) \cdot (+e)}{r_0} = \frac{1}{2} m_e u_1^2 + k_c \frac{2(-e) \cdot (+e)}{r_0} \Leftrightarrow$$

$$m_e u_0^2 - 2k_c \frac{e^2}{r_0} = m_e u_1^2 - 4k_c \frac{e^2}{r_0} \Leftrightarrow m_e u_0^2 + 2k_c \frac{e^2}{r_0} = m_e u_1^2 \Leftrightarrow$$

$$u_0^2 + 2k_c \frac{e^2}{m_e r_0} = u_1^2 \Leftrightarrow u_1 = \sqrt{u_0^2 + \frac{2 \cdot k_c e^2}{m_e r_0}}$$

**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1**

**ΑΒ:** Ισοβαρής θέρμανση και εκτόνωση (εφόσον όταν P=σταθ.  $V \propto T$ )

Νόμος Gay Lussac:  $\boxed{\frac{V}{T} = \text{σταθ.}} \rightarrow \text{όταν } P = \text{σταθ.}$

**ΒΓ:** Ισόχωρη ψύξη, Νόμος Charles:  $\boxed{\frac{P}{T} = \text{σταθ.}} \rightarrow \text{όταν } V = \text{σταθ.}$

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2015**  
**Β' ΦΑΣΗ**

**Ε.3.Φλ2ΓΘ(α)**

**ΓΑ:** Ισόθερμη συμπίεση (εφόσον όταν  $T = \text{σταθ.}$   $V \propto \frac{1}{P}$ ),

Νόμος Boyle,  $P \cdot V = \text{σταθ.}$   $\rightarrow$  όταν  $T = \text{σταθ.}$

**Γ2**

$$\Deltaίνεται: U_{\Gamma} = \frac{U_B}{4} \Leftrightarrow nC_V T_{\Gamma} = \frac{nC_V T_B}{4} \xrightarrow{T_{\Gamma} = T_A} T_A = \frac{T_B}{4} \Leftrightarrow T_B = 4T_0$$

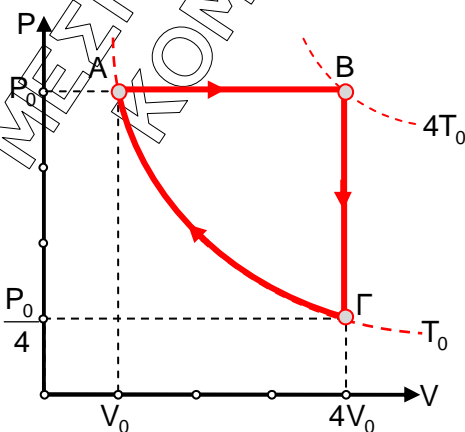
$$\text{Υπολογίζουμε: } \frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \Leftrightarrow \frac{V_0}{T_0} = \frac{V_B}{4T_0} \Leftrightarrow V_B = 4V_0$$

$$\frac{P_B}{T_B} = \frac{P_{\Gamma}}{T_{\Gamma}} \Leftrightarrow \frac{P_0}{4T_0} = \frac{P_{\Gamma}}{T_0} \Leftrightarrow P_{\Gamma} = \frac{P_0}{4}$$

Συνοψίζοντας:

Κατάσταση	$P$	$V$	$T$
<i>A</i>	$P_0$	$V_0$	$T_0$
<i>B</i>	$P_0$	$4V_0$	$4T_0$
<i>Γ</i>	$P_0/4$	$4V_0$	$T_0$

Οπότε το ζητούμενο διάγραμμα είναι



**Γ3**

$$W_{AB} = P_0(4V_0 - V_0) = 3 \cdot P_0 V_0$$

$$W_{B\Gamma} = 0$$

$$W_{\Gamma A} = nRT_0 \ln \frac{V_0}{4V_0} \Leftrightarrow W_{\Gamma A} = P_0 V_0 \ln \frac{1}{4} \Leftrightarrow W_{\Gamma A} = P_0 V_0 (\ln 1 - \ln 4) \xrightarrow{\ln 1 = 0}$$

$$W_{\Gamma A} = -P_0 V_0 \ln 2^2 \Leftrightarrow W_{\Gamma A} = -2P_0 V_0 \ln 2 \Leftrightarrow W_{\Gamma A} = -1,4 \cdot P_0 V_0$$

$$W_{\text{ολ}} = W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma A} \Leftrightarrow W_{\text{ολ}} = 3P_0 V_0 - 1,4P_0 V_0 \Leftrightarrow \boxed{W_{\text{ολ}} = 1,6 \cdot P_0 V_0}$$

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2015**  
**Β' ΦΑΣΗ**

**Ε.3.Φλ2ΓΘ(α)**

**Γ4**

$$C_p = C_v + R \Leftrightarrow C_p = \frac{3}{2}R + R \Leftrightarrow C_p = \frac{5}{2}R$$

$$Q_{AB} = nC_p(4T_0 - T_0) = 3nC_pT_0 = 3n\frac{5}{2}RT_0 = \frac{15}{2}nRT_0 = 7,5 \cdot P_0V_0$$

$$Q_{BF} = nC_v(T_0 - 4T_0) = -3nC_vT_0 < 0$$

$$Q_{GA} = W_{GA} < 0$$

άρα:

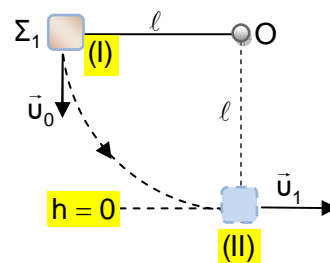
$$Q_h = Q_{AB} = 7,5 \cdot P_0V_0$$

Ο ζητούμενος συντελεστής απόδοσης θα είναι:  $e = \frac{W}{Q_h} = \frac{1,6 \cdot P_0V_0}{7,5 \cdot P_0V_0}$  ή  $e = \frac{16}{75} \approx 0,21$

**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1**

Η μοναδική δύναμη που παράγει έργο κατά την κίνηση του  $\Sigma_1$  από την αρχική θέση (I) έως την κατακόρυφη (II), είναι το βάρος του, που είναι διατηρητική (συντηρητική). Η τάση του νήματος δεν παράγει έργο διότι είναι συνεχώς κάθετη στη στοιχειώδη μετατόπιση. Συνεπώς η μηχανική ενέργεια του  $\Sigma_1$  θα διατηρείται σταθερή (Α.Δ.Μ.Ε):



$$E_{MHX(I)} = E_{MHX(II)} \Leftrightarrow K_{(I)} + U_{(I)} = K_{(II)} + U_{(II)} \Leftrightarrow$$

$$m_1gl + \frac{1}{2}m_1 \cdot u_0^2 = \frac{1}{2}m_1 \cdot u_1^2 \Leftrightarrow 2gl + u_0^2 = u_1^2 \Leftrightarrow l = \frac{u_1^2 - u_0^2}{2g} \Leftrightarrow l = \frac{20^2 - 19^2}{20} \Leftrightarrow l = 1,95 \text{ m}$$

Γνωρίζουμε πως το βεληνεκές της οριζόντιας βολής του  $\Sigma_1$  είναι  $x_{\max(1)} = 20 \text{ m}$  (δες σχήμα παρακάτω).

Ο χρόνος πτώσης του  $\Sigma_1$  θα είναι:

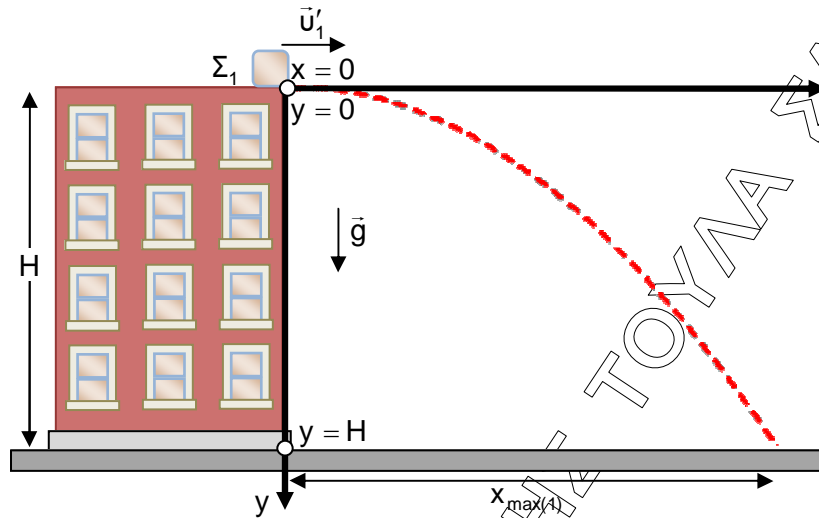
$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow 2y = gt^2 \Leftrightarrow t^2 = \frac{2y}{g} \xrightarrow{\text{στο έδαφος: } y=H}$$

$$t_{\pi} = \frac{2H}{g} \Leftrightarrow t_{\pi} = \sqrt{\frac{2H}{g}} \Leftrightarrow t_{\pi} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{10}} \Leftrightarrow t_{\pi} = \sqrt{4} \Leftrightarrow t_{\pi} = 2 \text{ s}$$

Έστω  $u_1$  το μέτρο της ταχύτητας του  $\Sigma_1$  αμέσως μετά την κρούση με το  $\Sigma_2$ .

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2015**  
**Β' ΦΑΣΗ**

**Ε.3.Φλ2ΓΘ(α)**

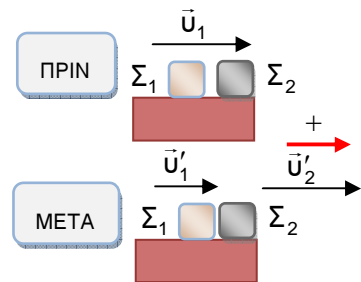


Στην οριζόντια βολή η κίνηση στον οριζόντιο άξονα  $x$ , είναι ευθύγραμμη ομαλή, οπότε:  $x_{\max(1)} = u'_1 \cdot t_{\pi} \Leftrightarrow u'_1 = \frac{x_{\max(1)}}{t_{\pi}} \Leftrightarrow u'_1 = \frac{20}{2} \Rightarrow u'_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Συνεπώς η ταχύτητα που αποκτά το  $\Sigma_1$  αμέσως μετά την κρούση έχει μέτρο  $u'_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , διεύθυνση οριζόντια και φορά προς τα δεξιά.

**Δ2**

Στο διπλανό σχήμα εικονίζονται τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  ελάχιστα πριν και ελάχιστα μετά την κρούση τους. Επειδή η στέγη είναι λεία το  $\Sigma_1$  συγκρούεται με το  $\Sigma_2$  έχοντας ταχύτητα μέτρου  $u_1$ .



Επειδή το σύστημα των δυο σωμάτων είναι μονωμένο, θα ισχύει η **Αρχή Διατήρησης της Ορμής**:

$$\vec{p}_{\text{ολ}(πριν)} = \vec{p}_{\text{ολ}(μετά)} \Leftrightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \Leftrightarrow \vec{p}_1 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2$$

ή αλγεβρικά (με βάση τη φορά που ορίσαμε ως θετική στο σχήμα):

$$p_1 = p'_1 + p'_2 \Leftrightarrow m_1 \cdot u_1 = m_1 \cdot u'_1 + m_2 \cdot u'_2 \Leftrightarrow$$

$$m_1 \cdot u_1 - m_1 \cdot u'_1 = m_2 \cdot u'_2 \Leftrightarrow u'_2 = \frac{m_1 \cdot (u_1 - u'_1)}{m_2} \Leftrightarrow u'_2 = \frac{2 \cdot (20 - 10)}{1} \Leftrightarrow u'_2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Το φαινόμενο της κρούσης είναι στιγμιαίο και συνεπώς οι θέσεις των σωμάτων πριν και μετά την κρούση είναι ίδιες, οπότε η δυναμική τους ενέργεια δεν μεταβάλλεται. Συνεπώς, η μεταβολή της μηχανικής ενέργειας οφείλεται αποκλειστικά στην μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος.

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2015**  
**Β' ΦΑΣΗ**

**Ε.3.Φλ2ΓΘ(α)**

$$K_{\text{ολ(πριν)}} = \frac{1}{2} m_1 \cdot u_1^2 \Leftrightarrow K_{\text{ολ(πριν)}} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 20^2 \Leftrightarrow \underline{K_{\text{ολ(πριν)}} = 400 \text{ J}}$$

$$K_{\text{ολ(μετά)}} = \frac{1}{2} m_1 \cdot u_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot u_2'^2 \Leftrightarrow K_{\text{ολ(μετά)}} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^2 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 20^2 \Leftrightarrow$$

$$K_{\text{ολ(μετά)}} = 100 + 200 \Leftrightarrow \underline{K_{\text{ολ(μετά)}} = 300 \text{ J}}$$

$$\Delta E_{\text{ΜΗΧ}} = \Delta K_{\text{ολ}} = K_{\text{ολ(μετά)}} - K_{\text{ολ(πριν)}} \Leftrightarrow \Delta E_{\text{ΜΗΧ}} = 300 - 400 \Leftrightarrow \boxed{\Delta E_{\text{ΜΗΧ}} = -100 \text{ J}}$$

Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει πως πρόκειται για απώλεια ενέργειας.

**Δ3**

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του  $\Sigma_2$  ισούται με τη συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σώμα:  $\frac{d\vec{p}_2}{dt} = \Sigma \vec{F}_2$

Η μοναδική δύναμη, όμως, που δρα στο  $\Sigma_2$  ενόσω εκτελεί οριζόντια βολή είναι η δύναμη του βάρους του, που παραμένει σταθερή σε όλη τη διάρκεια της κίνησης. Άρα το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του  $\Sigma_2$  είναι σταθερό σε όλη τη διάρκεια της κίνησης έως και τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος, και ισούται με:

$$\left| \frac{dp_2}{dt} \right| = |\Sigma F_2| \Leftrightarrow \left| \frac{dp_2}{dt} \right| = |w_2| \Leftrightarrow \left| \frac{dp_2}{dt} \right| = m_2 g \Leftrightarrow \boxed{\left| \frac{dp_2}{dt} \right| = 10 \text{ N}}$$

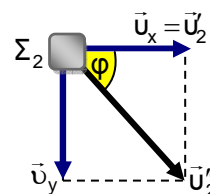
Στο παρακάτω σχήμα σχεδιάζουμε τις συνιστώσες της ταχύτητας του  $\Sigma_2$  τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος. Επειδή ο χρόνος πτώσης στην οριζόντια βολή εξαρτάται μόνο από το ύψος βολής, το  $\Sigma_2$  θα φτάσει στο έδαφος ταυτόχρονα με το  $\Sigma_1$  την  $t=2\text{s}$  (τα σώματα θεωρούνται σημειακά και συνεπώς εγκαταλείπουν ταυτόχρονα τη στέγη).

Τη στιγμή  $t=2\text{s}$  το μέτρο της οριζόντιας συνιστώσας της ταχύτητας είναι:

$$u_x = u_2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ενώ της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας είναι:

$$u_y = g \cdot t = 10 \cdot 2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Συνεπώς το μέτρο της ταχύτητας του  $\Sigma_2$ , είναι:

$$u_2'' = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} \Leftrightarrow u_2'' = \sqrt{20^2 + 20^2} \Leftrightarrow u_2'' = \sqrt{2} \cdot 20^2 \Leftrightarrow u_2'' = 20\sqrt{2} = 20 \cdot 1,4 \Leftrightarrow \underline{u_2'' = 28 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

Η ταχύτητα του  $\Sigma_2$  σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία  $\varphi$ , με:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{u_y}{u_x} = \frac{20}{20} \Leftrightarrow \varepsilon\varphi\varphi = 1 \text{ ή } \underline{\varphi = 45^\circ}$$

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2015**  
**Β΄ ΦΑΣΗ**

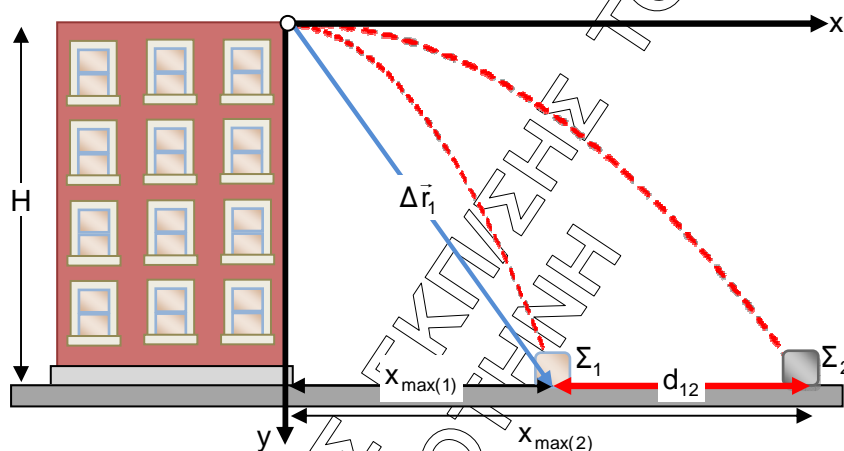
**Ε.3.Φλ2ΓΘ(α)**

Η ορμή του  $\Sigma_2$  την ίδια στιγμή θα έχει μέτρο:

$$p_2'' = m_2 u_2'' \Leftrightarrow p_2'' = 1 \cdot 28 \Leftrightarrow p_2'' = 28 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

και κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση της ταχύτητας, δηλ. θα σχηματίζει γωνία  $45^\circ$  με την οριζόντια διεύθυνση.

**Δ4**



Το βεληνεκές της οριζόντιας βολής του  $\Sigma_2$  είναι:

$$x_{\max(2)} = u_2' \cdot t_{\pi} \Leftrightarrow x_{\max(2)} = 20 \cdot 2 \Leftrightarrow x_{\max(2)} = 40 \text{ m}$$

Η απόσταση του  $\Sigma_2$  από το  $\Sigma_1$  στο έδαφος είναι:

$$d_{12} = x_{\max(2)} - x_{\max(1)} \Leftrightarrow d_{12} = 40 - 20 \Leftrightarrow d_{12} = 20 \text{ m}$$

Η μετατόπιση του  $\Sigma_1$  κατά την κίνησή του από την άκρη της στέγης μέχρι το έδαφος είναι το διάνυσμα που συνδέει την αρχική με την τελική θέση του σώματος.

Το μέτρο της ισούται (βάσει του Πυθαγορείου θεωρήματος) με:

$$|\Delta r_1| = \sqrt{H^2 + x_{\max(1)}^2} \Leftrightarrow |\Delta r_1| = \sqrt{20^2 + 20^2} \Leftrightarrow |\Delta r_1| = 20\sqrt{2} \Leftrightarrow |\Delta r_1| = 20 \cdot 1,4 \Leftrightarrow |\Delta r_1| = 28 \text{ m}$$