

ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: Πέμπτη 7 Ιανουαρίου 2016
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ με συντελεστές διεύθυνσης λ_1 και λ_2 αντίστοιχα. Δείξτε ότι $\vec{a} \parallel \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$.

(15 μονάδες)

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ με $A \neq 0$ ή $B \neq 0$ παριστάνει πάντοτε ευθεία με συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = \frac{B}{A}$.

β) Αν $\vec{a} \cdot \vec{\beta} + |\vec{a}| |\vec{\beta}| = 0$ τότε $\vec{a} \perp \vec{\beta}$.

γ) Ισχύει $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = \vec{a} \cdot \text{προβ}_{\vec{\beta}} \vec{a}$, $\vec{\beta} \neq \vec{0}$.

δ) Αν η γωνία της ευθείας ε με τον άξονα $x'x$ είναι 90° τότε ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας είναι 0.

ε) Για τα μη μηδενικά διανύσματα \vec{a} και $\vec{\beta}$, που σχηματίζουν γωνία θ ισχύει

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{\beta}}{|\vec{a}| |\vec{\beta}|}.$$

(10 μονάδες)

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα σημεία $A(1,2)$, $K(-1,4)$ και το διάνυσμα $\vec{AK} = (4,3)$.

B1. Βρείτε το συμμετρικό B , του σημείου A ως προς το K .

B2. Βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Γ και του $\vec{B\Delta}$, που είναι η προβ_{BA} $\vec{B\Gamma}$.

B3. Υπολογίστε το μέτρο $|\vec{AK} - 2\vec{K\Gamma}|$.

(7-10-8 μονάδες)

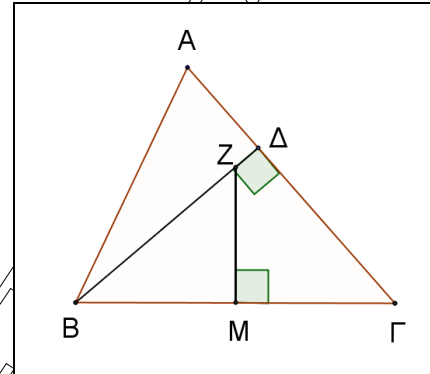
ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\Gamma(5, 4)$.

Η πλευρά AB έχει εξίσωση $2x - y + 4 = 0$, ενώ το ύψος $B\Delta$ έχει εξίσωση $y = 11 - 5x$.

- Γ1. Βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής B .
 Γ2. Βρείτε την εξίσωση της πλευράς $A\Gamma$.
 Γ3. Αν $B(1, 6)$ τότε βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου της πλευράς $B\Gamma$ και το σημείο τομής Z , της μεσοκαθέτου με το ύψος $B\Delta$.

(7,8,10 μονάδες)



ΘΕΜΑ Δ

- Δ1. Δίνονται τα σημεία $A(\kappa, 5)$ και $B(4, \kappa+4)$, $\kappa \in \mathbb{R}$.
 Βρείτε το γεωμετρικό τόπο του μέσου M του AB .
 Δ2. Αν η ευθεία (ε) , που διέρχεται από τα $A(\kappa, 5)$ και $B(4, \kappa+4)$ είναι παράλληλη στην ευθεία $\varepsilon_1: y - 2x + 5 = 0$, τότε να βρείτε τον $\kappa \in \mathbb{R}$ και να δείξετε ότι η ευθεία (ε) έχει εξίσωση: $2x - y - 1 = 0$.
 Δ3. Έστω τα διανύσματα $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{\beta}$ και $\vec{v} = \vec{a} - 2\vec{\beta}$, όπου $\vec{a}, \vec{\beta}$ διανύσματα με

$$|\vec{a}| = 2, |\vec{\beta}| = 1 \text{ και } \left(\vec{a}, \vec{\beta} \right) = \frac{2\pi}{3}$$

α) Βρείτε το γινόμενο $\vec{u} \cdot \vec{v}$ και το μέτρο $|\vec{v}|$.

β) Βρείτε το σημείο Γ της ευθείας (ε) του ερωτήματος Δ2 και τον $\mu \in \mathbb{R}$ ώστε:

$$(\vec{u}\vec{v})\vec{B\Gamma} + (|\vec{v}|^2 - 2)\vec{AB} = (4, \mu + 1).$$

(6,7,6,6 μονάδες)